

Perbandingan Metode Diferensiasi Numerik Berbasis *Matlab Mobile*

Silvana Samaray

Program Studi Teknik Informatika

STMIK Pontianak

Pontianak, Indonesia

e-mail: silvana.samaray@stmikpontianak.ac.id

Abstrak

Diferensiasi numerik merupakan materi pada mata kuliah metode numerik untuk mahasiswa Teknik Informatika. Diferensiasi numerik digunakan untuk mencari nilai aproksimasi dari persoalan turunan yang sangat rumit jika diselesaikan secara analitik. Dalam penyelesaian persoalan turunan numerik, terdapat beberapa metode diferensiasi numerik yang dapat digunakan untuk menghitung turunan dari suatu fungsi pada titik-titik diskrit. Tujuan membandingkan metode diferensiasi numerik adalah untuk mencari metode terbaik dan memastikan hasil yang akurat dalam analisis matematika dan ilmu terkait lainnya. Dalam tulisan ini diambil tiga metode diferensiasi numerik, yaitu metode selisih maju, metode selisih mundur dan metode selisih pusat. Penyelesaian persoalan turunan numerik menggunakan bantuan media pembelajaran yang terdapat pada smartphone, yaitu Matlab Mobile. Penelitian dilakukan dengan: 1) menyajikan algoritma untuk masing-masing metode dan menjelaskan bagaimana setiap metode bekerja menggunakan Matlab Mobile; 2) melakukan perbandingan kinerja ketiga metode tersebut dengan menggunakan fungsi-fungsi standar guna melihat tingkat akurasi solusi dari masing-masing metode. Hasil analisis menunjukkan bahwa metode selisih pusat cenderung memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan metode selisih maju dan mundur dalam menghitung turunan numerik, terutama ketika langkah (step size) yang digunakan sangat kecil. Dapat dicari alternatif aplikasi lain yang terdapat pada smartphone yang bisa dimanfaatkan menjadi media pembelajaran yang berguna untuk menunjang proses perkuliahan.

Kata kunci: *diferensiasi numerik, metode selisih maju, metode selisih mundur, metode selisih pusat, Matlab Mobile*

Abstract

Numerical differentiation is a topic in the Numerical Methods course for Computer Science students. Numerical differentiation is used to approximate the value of derivatives in complex problems that are difficult to solve analytically. In solving numerical derivative problems, there are several numerical differentiation methods that can be used to calculate the derivative of a function at discrete points. The objective of comparing numerical differentiation methods is to find the best method and ensure accurate results in mathematical analysis and related sciences. In this paper, three numerical differentiation methods are considered: forward difference method, backward difference method, and central difference method. The numerical derivative problems are solved using a learning tool available on smartphones, namely Matlab Mobile. The research is conducted by: 1) presenting algorithms for each method and explaining how each method works using Matlab Mobile; 2) comparing the performance of these three methods using standard functions to observe the accuracy level of the solutions provided by each method. The results of the analysis indicate that the central difference method tends to provide more accurate results compared to the forward and backward difference methods in calculating numerical derivatives, especially when using a very small step size. Alternative applications on smartphones can be explored to serve as useful learning tools to support the teaching and learning process.

Keywords: *numerical differentiation, forward difference method, backward difference method, central difference method, Matlab Mobile*

1. Pendahuluan

Diferensiasi fungsi merupakan topik kajian pada bidang matematika yang implementasinya banyak digunakan dalam menyelesaikan berbagai masalah yang muncul di bidang sains dan teknik. Namun

terkadang fungsi yang akan dilakukan diferensiasi terlalu kompleks, menyebabkan sulit dicari solusinya secara analitik [1]. Untuk mengatasi permasalahan tersebut, dapat digunakan metode diferensiasi numerik. Diferensiasi numerik adalah suatu metode untuk menemukan solusi aproksimasi turunan dari suatu fungsi menggunakan pendekatan numerik. Solusi aproksimasi yang didapatkan dari diferensiasi numerik memang terkadang tidak sama dengan solusi sejatinya, terdapat nilai galat dalam solusi diferensiasi numerik.

Perbandingan metode diferensiasi perlu dilakukan karena dalam matematika terdapat berbagai metode diferensiasi yang dapat digunakan untuk mencari diferensiasi dari suatu fungsi. Beberapa metode mungkin lebih efisien dan akurat daripada yang lain, tergantung pada jenis fungsi yang ingin didiferensiasi. Dengan membandingkan metode, kita dapat menemukan metode yang lebih cepat dan memberikan hasil yang lebih akurat. Ketika melakukan diferensiasi numerik pada data yang terukur, seperti data eksperimen, penting untuk memilih metode yang tepat agar mendapatkan diferensiasi yang akurat dan menghindari kesalahan numerik. Dengan membandingkan metode diferensiasi, kita dapat memahami lebih baik prinsip-prinsip di balik algoritma-algoritma pada setiap metode dan mendapatkan wawasan lebih dalam tentang analisis matematika yang mendasarinya. Melakukan perbandingan metode diferensiasi tujuannya adalah untuk mencari metode terbaik dalam penyelesaian persoalan diferensiasi numerik [2]. Dengan melakukan perbandingan metode diferensiasi, kita dapat memilih pendekatan yang paling tepat dan sesuai untuk situasi tertentu, mengoptimalkan proses perhitungan, dan memastikan hasil yang akurat dalam analisis matematika dan ilmu terkait lainnya.

Metode diferensiasi numerik yang umum digunakan untuk menghitung aproksimasi fungsi diferensial adalah metode selisih hingga (*finite difference*), yang terdiri atas metode selisih maju (*forward difference*), metode selisih mundur (*backward difference*) dan metode selisih pusat (*central difference*). Metode selisih hingga ini menjadi sangat populer untuk digunakan karena kemudahannya dalam menghitung nilai aproksimasi suatu fungsi diferensial [3].

Diferensiasi numerik sendiri merupakan sub pokok bahasan dalam perkuliahan metode numerik untuk mahasiswa program studi Teknik Informatika. Diferensiasi numerik merupakan pokok bahasan yang cukup kompleks dan sulit untuk dipahami oleh sebagian besar mahasiswa. Mahasiswa umumnya mengalami kesulitan belajar diferensial karena kurangnya ketelitian dalam perhitungan matematika secara manual [4]. Berdasarkan hasil dari pra penelitian terkait perkuliahan diferensiasi numerik secara manual tanpa media pembelajaran, mahasiswa menunjukkan rasa kurang tertarik dan mengakibatkan mahasiswa menjadi kurang aktif pada saat proses perkuliahan. Dapat diambil kesimpulan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam perkuliahan diferensiasi numerik dengan cara manual, yang menyebabkan mahasiswa kurang antusias dalam proses perkuliahan.

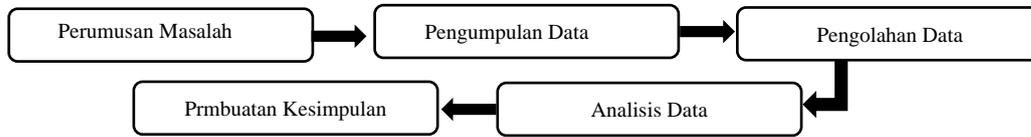
Kurangnya rasa antusias mahasiswa terhadap perkuliahan dapat kita siasati dengan bantuan penggunaan media pembelajaran [5]. Media pembelajaran yang kreatif, inovatif dan mudah digunakan dapat meningkatkan antusias mahasiswa terhadap perkuliahan dan membangkitkan motivasi mahasiswa dalam mengikuti perkuliahan [6]. Untuk itu dapat kita pilih media pembelajaran yang familiar dan mudah digunakan untuk pencarian solusi diferensiasi numerik, yaitu aplikasi *Matrix Laboratory (Matlab)*. *Matlab* adalah aplikasi dengan komputasi numerik menggunakan bahasa pemrograman generasi keempat yang telah banyak membantu menyelesaikan permasalahan proses komputasi di berbagai bidang [7]. *Matlab* juga cukup mudah digunakan karena dalam proses analisisnya menggunakan ekspresi notasi matematika yang familiar. Program *Matlab* dapat menjadi salah media pembelajaran untuk mempermudah menganalisa suatu fenomena alam yang beranalogi dengan penyelesaian numerik pada Persamaan Diferensial Biasa [8].

Proses perkuliahan jarang sekali memanfaatkan *smartphone* sebagai media pembelajaran [9]. Dengan pesatnya kemajuan teknologi akhir-akhir ini, penggunaan media *smartphone* dalam proses perkuliahan sangat dianjurkan. Pengguna *smartphone* juga sudah tersebar di semua kalangan masyarakat, terutama kalangan mahasiswa. Aplikasi *playstore* pada *smartphone* menyediakan berbagai macam *software* yang bisa kita manfaatkan sebagai media dalam pembelajaran, salah satunya adalah *Matlab Mobile*. Hal ini sejalan dengan hasil penelitian terdahulu yang mengatakan bahwa penggunaan *Matlab Mobile* sebagai media dalam pembelajaran untuk mata kuliah metode numerik memberikan kontribusi dalam meningkatkan pemahaman konsep dan kinerja akademik mahasiswa [10].

Untuk mengatasi permasalahan yang terjadi, pada penelitian ini akan diberikan perbandingan solusi metode diferensiasi numerik berbasis *Matlab Mobile*, menggunakan metode selisih maju (*forward difference*), metode selisih mundur (*backward difference*) dan metode selisih pusat (*central difference*) pada fungsi-fungsi standar. Penelitian dilakukan dengan: 1) menyajikan algoritma untuk masing-masing metode dan menjelaskan bagaimana setiap metode bekerja menggunakan *Matlab Mobile*; 2) melakukan perbandingan kinerja ketiga metode tersebut dengan menggunakan fungsi aljabar, fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri guna melihat tingkat akurasi solusi dari masing-masing metode.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian eksperimen. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian adalah sebagai berikut [5]:



Gambar 1. Tahapan Penelitian

2.1. Perumusan Masalah

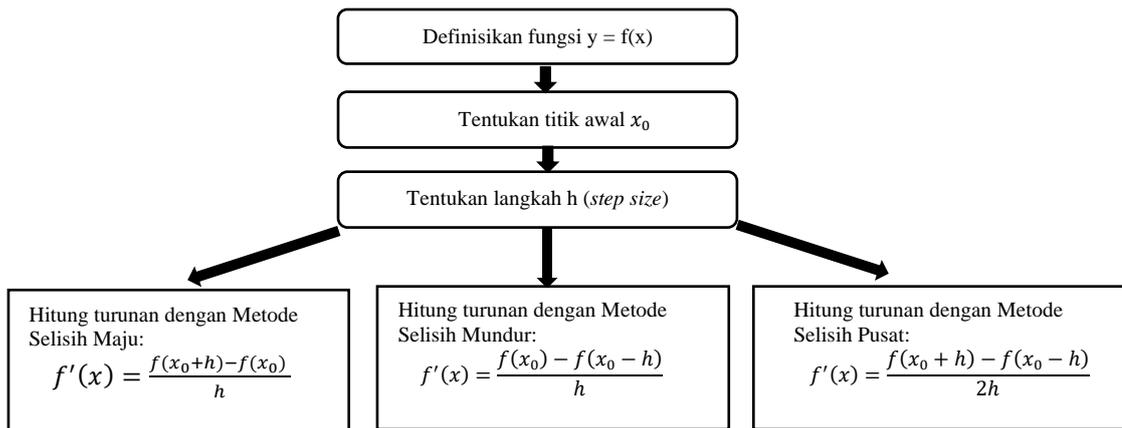
Melakukan perumusan masalah yang akan di analisis. Perumusan masalah disajikan pada Bab 1.

2.2. Pengumpulan Data

Membuat contoh soal turunan sebanyak 3 soal yang terdiri dari soal turunan fungsi aljabar, fungsi eksponensial dan fungsi trigonometri, yang akan diterapkan pada 3 metode (metode selisih mundur, metode selisih maju dan metode selisih pusat) untuk dicari solusinya secara analitik.

2.3. Pengolahan Data

a. Menyelesaikan contoh soal menggunakan metode metode selisih mundur, metode selisih maju dan metode selisih pusat secara numerik dengan langkah (step size) 0.1 , 0.01, dan 0.001 dengan bantuan *Matlab Mobile*. Berikut disajikan algoritma untuk masing-masing metode diferensiasi numerik [11]:



Gambar 2. Algoritma dari Metode Selisih Mundur, Metode Selisih Maju dan Metode Selisih Pusat

b. Menghitung galat dari masing-masing metode yang didapat dari perhitungan pada *Matlab Mobile* dan membandingkan hasilnya.

2.4. Analisis Data

Melakukan analisis hasil pengolahan data dari tiap-tiap metode

2.5. Pembuatan kesimpulan

Melakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis data.

3. Hasil dan Pembahasan

Dalam penelitian ini, kita akan mencari solusi penyelesaian dari turunan pertama. Definisi umum turunan pertama fungsi $f(x)$ yaitu [12]:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \tag{1}$$

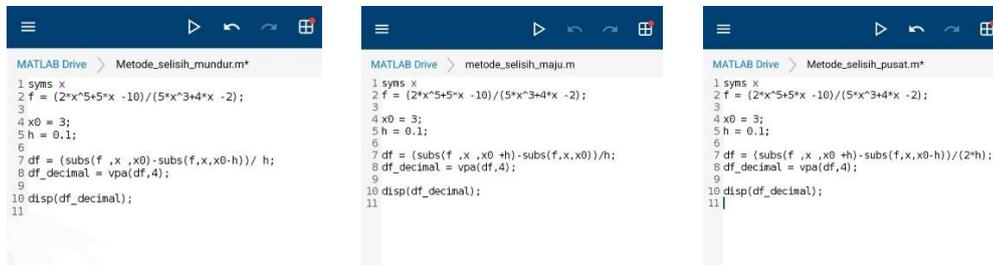
dengan $f(x)$ merupakan fungsi dan h adalah langkah (*step size*)

Diberikan 3 contoh soal diferensial, dimana soal pertama merupakan fungsi aljabar, soal kedua merupakan fungsi eksponensial dan soal ketiga merupakan fungsi trigonometri. Berikut adalah contoh soal diferensial yang solusinya akan dianalisis:

1. $f(x) = \frac{2x^5+5x-10}{5x^3+4x-2}$
2. $f(x) = 4x^25e^{2x}$
3. $f(x) = \frac{3 \sin x}{\sqrt{x+4}}$

Proses pencarian solusi numerik berbantuan *Matlab Mobile* untuk soal nomor 1 menggunakan metode selisih maju (*forward difference*), metode selisih mundur (*backward difference*) dan metode selisih pusat (*central difference*) dengan langkah (*step size*) 0,1 ; 0,01 dan 0,001 berdasar pada algoritma yang diberikan pada bab 2, disajikan dalam gambar 3. Untuk soal nomor 2 dan 3 tidak disajikan karena bahasa pemrogramannya sama, hanya berbeda di bagian *function* dan langkah (*step size*) saja.

Solusi analitik untuk tiga contoh di atas akan diteliti sampai dengan 4 tempat desimal. Solusi sejati untuk soal pertama adalah 2,3746 , untuk soal kedua adalah 13.103,556 dan untuk soal ketiga adalah -0,2635. Langkah selanjutnya ketiga contoh soal akan kita cari solusi numeriknya menggunakan metode selisih maju (*forward difference*), metode selisih mundur (*backward difference*) dan metode selisih pusat (*central difference*) dengan langkah (*step size*) 0,1 ; 0,01 dan 0,001 berbantuan *Matlab Mobile*. Hasil lengkap solusi diferensiasi numerik berbasis *Matlab Mobile* untuk masing-masing metode disajikan pada tabel 1.



Gambar 3. Bahasa pemrograman *Matlab Mobile* untuk soal nomor satu.

Selanjutnya dilakukan perhitungan persentase galat dari ketiga metode yang didapat dari perhitungan berbasis *Matlab Mobile*. Persentase galat didapatkan dengan rumus [13]:

$$\text{Persentase Galat} = \left| \frac{\text{Solusi Analitik} - \text{Solusi Numerik}}{\text{Solusi analitik}} \right| \times 100\% \tag{2}$$

Pada tabel 1 berikut disajikan lengkap hasil dari solusi analitik dan solusi numerik berbasis *Matlab Mobile* dilengkapi dengan nilai persentase galat dari tiap soal fungsi diferensial.

Tabel 1. Hasil Pengolahan Data

Soal	Solusi Analitik	Solusi Numerik (<i>Matlab Mobile</i>)				Galat dari h = 0.001
		Metode Selisih	h = 0.1	h = 0.01	h = 0.001	
1. $f(x) = \frac{2x^5+5x-10}{5x^3+4x-2}$ Untuk $x = 3$	2,3746	Mundur	2,3350	2,3710	2,3740	0,0253%
		Maju	2,4140	2,3790	2,3750	0,0168%
		Pusat	2,3750	2,3750	2,3750	0,0168%
2. $f(x) = 4x^25e^{2x}$ Untuk $x = 2$	13103,55 60	Mundur	11400	12920	13090	0,1035 %
		Maju	15140	13290	13120	0,1255 %
		Pusat	13270	13110	13100	0,0271 %
3. $f(x) = \frac{3 \sin x}{\sqrt{x+4}}$ Untuk $x = 2$	-0,2635	Mundur	-0,2399	-0,2612	-0,2633	0,0759 %
		Maju	-0,2860	-0,2658	-0,2637	0,0759 %
		Pusat	-0,2630	-0,2635	-0,2635	0 %

Pada gambar 1 disajikan proses pencarian solusi numerik dengan bahasa pemrograman *Matlab Mobile* untuk soal nomor 1 menggunakan metode selisih maju (*forward difference*), metode selisih mundur (*backward difference*) dan metode selisih pusat (*central difference*) dengan langkah (*step size*) 0,1. Disajikan algoritma untuk masing-masing metode dan menjelaskan bagaimana setiap metode bekerja menggunakan *Matlab Mobile*. Dengan bahasa pemrograman *Matlab Mobile* yang benar, maka *Matlab*

Mobile dapat dengan mudah digunakan sebagai alternatif *tool* dalam upaya pencarian solusi aproksimasi soal diferensiasi numerik. Ini sesuai dengan penelitian yang mengatakan bahwa program *Matlab* dapat memudahkan dalam penyelesaian diferensial pertama fungsi secara numerik [3].

Pada tabel 1 yang merupakan hasil lengkap pengolahan data menunjukkan bahwa untuk soal nomor 1 yang merupakan fungsi aljabar dengan nilai $x = 3$ dan nilai $h = 0,001$, didapatkan galat untuk metode selisih mundur adalah 0,0253%, galat untuk metode selisih maju adalah 0,0168% dan galat untuk metode selisih pusat adalah 0,0168%. Dapat dilihat disini bahwa galat dari metode selisih mundur lebih tinggi dibandingkan dengan metode selisih maju dan pusat. Untuk soal nomor 2 yang merupakan fungsi eksponensial dengan nilai $x = 2$ dan nilai $h = 0,001$, didapatkan galat untuk metode selisih mundur adalah 0,1035%, galat untuk metode selisih maju adalah 0,1255% dan galat untuk metode selisih pusat adalah 0,0271%. Dapat dilihat disini bahwa galat dari metode selisih maju lebih tinggi dibandingkan dengan 2 metode yang lain dan galat dari metode selisih pusat lebih rendah dibandingkan dengan 2 metode yang lain. Untuk soal nomor 3 yang merupakan fungsi trigonometri dengan nilai $x = 2$ dan nilai $h = 0,001$, didapatkan galat untuk metode selisih mundur adalah 0,1035%, galat untuk metode selisih maju adalah 0,0759% dan galat untuk metode selisih pusat adalah 0%. Dapat dilihat disini galat dari metode selisih pusat lebih rendah dibandingkan dengan 2 metode yang lain. Metode selisih pusat cenderung memberikan galat yang lebih rendah dibandingkan dengan metode selisih maju dan mundur, ini menunjukkan bahwa metode selisih pusat memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan metode selisih maju dan mundur dalam menghitung turunan numerik.

Perhitungan galat dari solusi diferensiasi numerik sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya langkah (*step size*) yang digunakan dalam proses perhitungan. Dari hasil analisis penelitian yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa banyaknya langkah (*step size*) sangat berpengaruh terhadap akurasi solusi diferensiasi numerik, Semakin kecil langkah (*step size*) yang digunakan maka galat juga akan semakin kecil dan solusi menjadi lebih akurat.

Matlab Mobile sebagai aplikasi berbasis perangkat seluler memungkinkan pengguna untuk menjalankan perintah *Matlab* di ponsel atau tablet. *Matlab Mobile* memungkinkan pengguna untuk menjalankan kode *Matlab* dari perangkat seluler di mana saja dan kapan saja, tanpa mengakses komputer. Pengguna dapat menggunakan fungsi-fungsi diferensial dan alat numerik *Matlab* di aplikasi mobile ini untuk menyelesaikan soal diferensial. *Matlab* memiliki sejumlah fungsi bawaan dan pustaka yang berguna untuk analisis diferensial dan metode numerik yang lebih kompleks. Aplikasi ini memungkinkan pengguna untuk berinteraksi dengan kode dan melihat hasil secara langsung. Pengguna dapat dengan cepat memodifikasi parameter dalam persamaan diferensial, menjalankan ulang kode, dan melihat perbedaan dalam solusi. Jika pengguna ingin memeriksa hasil atau melakukan perhitungan matematika secara langsung, aplikasi ini bisa menjadi pilihan yang berguna. *Matlab Mobile* dapat digunakan sebagai alat pembelajaran dan demonstrasi untuk mendalami topik diferensiasi numerik.

4. Kesimpulan

Berdasarkan proses penelitian eksperimen yang telah dilaksanakan dengan langkah-langkah sesuai perencanaan, maka dapat ditarik kesimpulan saran sebagai berikut: 1) Solusi diferensiasi numerik berbasis *Matlab Mobile* dengan bahasa pemrograman yang benar, cukup mudah untuk dilakukan dan akan menghasilkan aproksimasi solusi yang akurat; 2) Metode selisih pusat cenderung memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan metode selisih maju dan mundur dalam menghitung turunan numerik, terutama ketika langkah (*step size*) yang digunakan sangat kecil; 3) Dapat dicari alternatif aplikasi lain yang terdapat pada *smartphone* yang bisa dimanfaatkan menjadi media pembelajaran yang berguna untuk menunjang proses perkuliahan; 4) Meskipun *Matlab Mobile* memiliki manfaat dan kegunaan yang baik dalam menyelesaikan soal diferensial, namun keterbatasan perangkat seluler seperti ukuran layar dan kapasitas komputasi mungkin membatasi kompleksitas perhitungan yang dapat dilakukan. Oleh karena itu, untuk masalah diferensial yang lebih kompleks, akan lebih efisien dan efektif untuk menggunakan *Matlab* di komputer dengan spesifikasi yang lebih tinggi.

Daftar Pustaka

- [1] M. E. Rijoly and F. Y. Rumlawang, "Penyelesaian Numerik Persamaan Diferensial Orde Dua Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Rangkaian Listrik Seri LC," *TENSOR Pure Appl. Math. J.*, vol. 1, no. April, pp. 1–7, 2020.
- [2] R. D. Audora *et al.*, "Analisis perbandingan metode penyelesaian persamaan differensial pada kelelahan umur baja," *Semin. Nas. Sdm Teknol. Nukl.*, pp. 422–427, 2018.
- [3] H. Syafwan, M. Syafwan, W. Ramdhan, and R. A. Yusda, "Pemrograman Komputasi Rumus

- Eksplisit Metode Beda Hingga Untuk Turunan Pertama Dengan Menggunakan Matlab,” *Semin. Nas. R. 2018*, vol. 9986, no. September, pp. 61–66, 2018.
- [4] E. Habinuddin and A. Binarto, “Peningkatan kemampuan pemahaman kalkulus turunan berbantuan geogebra,” *Sigma-Mu*, vol. 10, no. 1, pp. 58–65, 2020, [Online]. Available: <https://jurnal.polban.ac.id/ojs-3.1.2/sigmamu/article/view/1688>.
- [5] S. Samaray, P. Studi, and T. Informatika, “Analisis Solusi Beberapa Metode Integrasi Numerik Berbasis *Matlab Mobile*,” pp. 233–238.
- [6] N. S. Bina and B. Triandi, “Perhitungan Dan Visualisasi Fungsi Kudrat dan Penerapan Integral: Studi Penggunaan Autograph,” *CSRID J.*, vol. 13, no. 3A, pp. 201–210, 2021, [Online]. Available: <http://csrid.potensi-utama.ac.id/ojs/index.php/CSRID/article/view/605%0Ahttp://csrid.potensi-utama.ac.id/ojs/index.php/CSRID/article/viewFile/605/288>.
- [7] Z. Busrah, *Buku Ajar Matematika Komputasi Berbasis Pemograman Matlab*, 1st ed. Parepare: Percetakan Kaaffah, 2019.
- [8] A. M. Nugraha, “Penyelesaian Numerik Persamaan Differensial Biasa Orde Satu dan Orde Dua Berbasis Graphical Unit Interface MATLAB,” no. 58, pp. 267–274, 2023.
- [9] S. Wigati, “Penerapan Geogebra Handphone Android untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah, Keaktifan, dan Motivasi Belajar Siswa,” *J. Inov. Pembelajaran Karakter*, vol. 4, no. 4, pp. 1–7, 2019.
- [10] J. F. C. Acero, W. R. L. Viamonte, W. M. S. Vilcapaza, and O. C. Velasquez, “*Matlab Mobile* as a Support Tool for The Performance of Students in Engineering,” *Int. Symp. Eng. Accredit. Educ. (ICACIT)*, pp. 1–4, 2019, doi: 10.1109/ICACIT46824.2019.9130340.
- [11] C. Rahmad, D. S. E. Ikawati, and Y. W. Syaifudin, *Metode Numerik*, 1st ed. Malang: Polinema Press, 2018.
- [12] A. A. Haqq, M. A. Lestari, I. H. Hidayah, and ..., “Desain Didaktis Materi Turunan Fungsi Aljabar Berbasis Pembelajaran Daring,” *Pros. Semin. ...*, pp. 137–151, 2022, [Online]. Available: <https://proceeding.unnes.ac.id/index.php/snpasca/article/view/1441%0Ahttps://proceeding.unnes.ac.id/index.php/snpasca/article/download/1441/942>.
- [13] R. A. Sukmawati, H. S. Purba, and M. Pramita, *Bahan Ajar Metode Numerik*, 1st ed. Yogyakarta: Deepublish, 2021.